以銀行的一項儲蓄計劃來比擬距離、速度和加速度三者的關係，並由此導出加速度的單位。

（網上圖片）

✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳

本文只適合第一次接觸“加速度”這概念的初學者。

本文討論的是勻加速(加速度是一常數)，以下不再特別聲明。

✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳ ✳

計劃 A 陳先生把一筆錢固定放在銀行賺取利息。銀行給予他的利息是"每年 1000 元"（利息率一般是一個百分比。這裏，我們力求簡單，利率是一個實數金額）。這樣，陳先生預計往後收到的利息是這樣：

時間	開始	1 年後	2 年後	3 年後	4 年後	5 年後
累積利息	0 元	1000 元	2000 元	3000 元	4000 元	5000 元

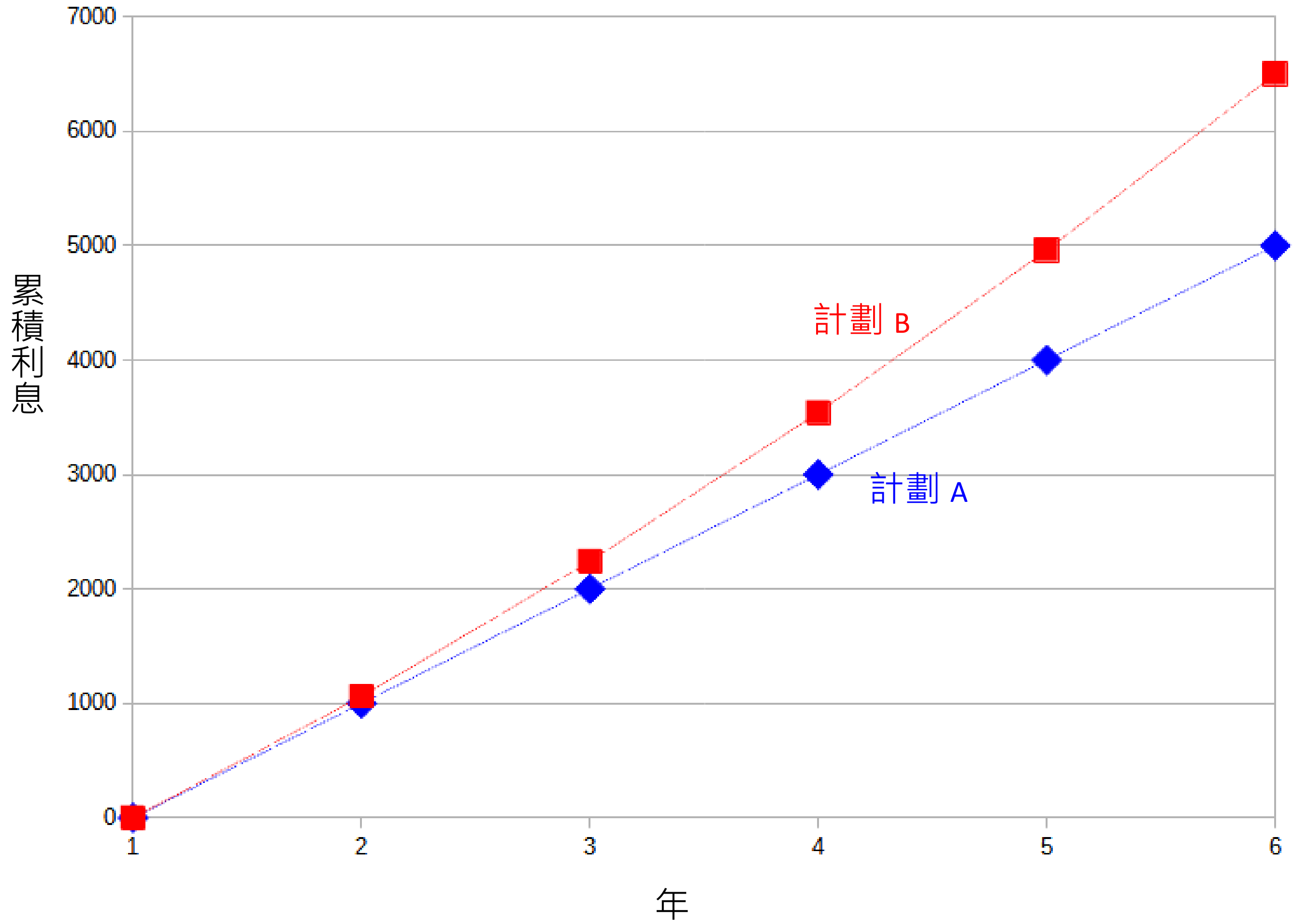
明顯，t 年後陳先生收到的總利息是 1000 × t 元。

計劃 B 但陳先生不太滿意。經商議後，銀行給了陳先生另一個更優惠的計劃：原來的利息率"每年 1000 元"只是開始，在之後 **每 年 的 年 中** 都會在當時的利息率上再 **增 加**"每年 120 元"（記住，這只是利息率的每年增加幅度，不是新的利息率）。此計劃是每週年的第一天派息（陳先生取走）。如此，陳先生的賬目會是這樣：

時間	開始當天	1 年後第一天	2 年後第一天	3 年後第一天	4 年後第一天	5 年後第一天
利息率	每年 1000 元	1000 + 120 = 每年 1120 元	1120 + 120 = 每年 1240 元	1240 + 120 = 每年 1360 元	1360 + 120 = 每年 1480 元	1480 + 120 = 每年 1600 元
上年度利息	0	1000×1+120×0.5 = 1060 元 （註）	1120×1+120×0.5 = 1180 元	1240×1+120×0.5 = 1300 元	1360×1+120×0.5 = 1420 元	1480×1+120×0.5 = 1540 元
累積利息	0	1060 元	1060 + 1180 =2240 元	2240 + 1300 =3540 元	3540 + 1420 =4960 元	4960 +1540 =6500 元

註：在上年度，利息"每年 1000 元"維持了一整年，所以這部份收取的利息為"1000 × 1 元"。
在上年度的年中間，利息率亦增加多了"每年 120 元"。因為由於只是過了半年，所以這部份收取的利息為"120 × 0.5 元"。

每次"上年度利息"的計法相同。



上圖表示陳先生在兩計劃 A 和 B 之下隨年份增加的累積利息。

計劃 A ➔ 穩定收息(速度)，沒有加速，此謂之“匀速”(uniform velocity)
距離(累積收息)直線增加

計劃 B ➔ 有加速， 距離(累積收息)增加得較快

表上的數字可以用以下公式直接求得（若讀者不嫌麻煩，可自行証明）：

t 年後的 利息率 = 每年 $1000 + 120 \times t$ 元

t 年後的 累積利息 = $1000 \times t + \frac{1}{2}(120 \times t^2)$ 元

對比於物體運動

一物體以初速 u，加速度 a 行走的距離 d。

在陳先生的儲蓄 B 計劃，

❁起始的利息率“每年 1000 元”對應的就是 初速 u。

❁開始後每一年的新利息率 對應的就是 物體的新速度 v。

❁每年利息率的增加幅度“每年 120 元”對應的就是 加速度 a。

❁由開始日算起的“累積利息”對應的就是 物體離開起始點的距離 d。

單 位

* 最開始的利息率是“每年 1000 元”，即可寫成 “1000 元/年”。
* 每年利息率的增加幅度是“每年 120 元”

  ➩每年利息率的增加幅度是“120 元/年”

  ➩利息率的增加幅度是 “120 元/年/年”

物體運動多時不是以“年”，而是以“秒”（second 或 s）為時間的基礎單位。
物體運動更不會以去“元” 去表示距離，而是以“米”（meter 或 m）為長度的基礎單位。

陳先生的儲蓄 B 計劃	物體運動
累積利息（單位是 元)	總行走距離 d（單位是 m）
起初的利息率 (1000 元/年)	初速度 u (單位是 m/s = m s^{-1})
利息率的增加幅度 (120 元/年/年)	**加速度 a (單位是 m/s/s = m/s^2 = m s^{-2})**

“儲蓄收息”比擬中為甚麼有“年中加息率”這操作？

上述“儲蓄收息”唯一與物體運動不相同的地方是：

利息率（陳先生的 Plan B）是在每年的年中間這個特定時間點才（突然）增加，但在物體的真實加速運動中，**速度是 連 續 不 斷 地 增 加** 的。

譬如現在的速度是 6 m s^{-1} 和 $a = 2.5 \text{ m s}^{-2}$ 。那之後物體的速度都是連續不斷均勻地增加。
但無論如何，速度在未來的 1 秒內會累積增加 2.5 m s^{-1}，所以 1 秒後物體的速度是 $6 + 2.5=8.5 \text{ m s}^{-1}$。

換言之，公式“$v=u+at$”和“$d=ut+½at^2$”中的 t 不須要是整數，是任何的正小數均可。

為了“儲蓄收息”計劃 B 計算出的“累積利息”與物體運動的距離 d 吻合，我們採用“年中加息”這操作，其不過是利用“拉上補下”以達到與“連續不斷均勻地增加”的結果相同。

加速度 a = 18 m s^{-2} = 18 m s^{-1} s^{-1} ，即是 s^{-1} (每秒), 速度就會增加 18 m s^{-1}。 如果 a = 4 km s^{-1} h^{-1} ，意思是 ______________ 如果 a = 6 m. p. h. per day ，意思是 ______________ 如果 a = 0.6 mm ms^{-1} min^{-1} ，意思是 ______________ (ms : millisecond)

練習：

(a) 一物體現在的速度是 1.3 m s^{-1}， 加速度是 a = 8.6 m s^{-2} 。

那 1 秒之後，物體的新速度是 _____________ 。

(b) 一物體現在的速度是 55 m s^{-1}， 加速度是 a = 88 m s^{-1} min^{-1} （這個單位少見，但其意義甚明確）。

那 1 分鐘之後，物體的新速度是 _____________ 。

(c) 一物體現在的速度是 10 m s^{-1}， 加速度是 a = 0.9 m s^{-2} 。
那 1 秒之後，物體的新速度是 _____________ 。
那 5.8 秒之後，物體的新速度是 _____________ 。

那 5.8 秒之後，物體離開起始點的距離是 _____________ 。

作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

https://ngsir.netfirms.com

http://phy.hk

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數