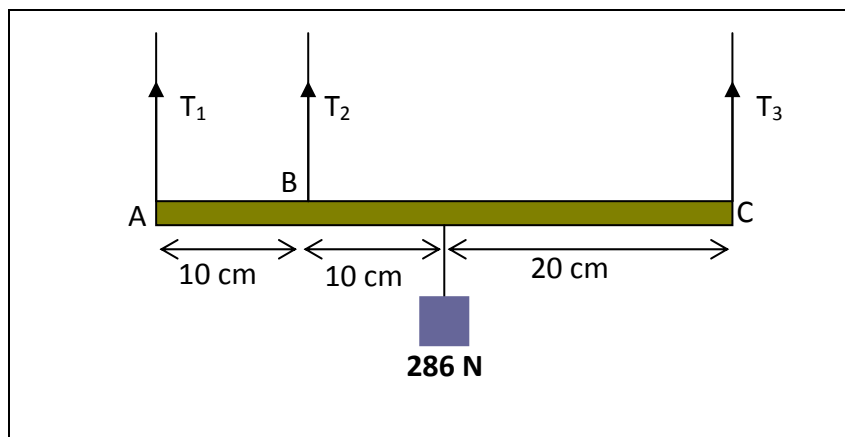


如圖所示，一根筆直水平木棒被三條長度、粗幼、物料相同的金屬線吊起。木棒的中央再放一重物。

木棒和物件的總重量是  $286\text{ N}$ 。

求每條金屬線的張力。



對於 A， 逆時針力矩 = 順時針力矩

$$1 \times T_2 + 4 \times T_3 = 2 \times 286$$

$$T_2 + 4T_3 = 572 \text{ N} \quad \dots\dots\dots (1)$$

向上的力 = 向下的力

$$T_1 + T_2 + T_3 = 286 \text{ N} \quad \dots\dots\dots (2)$$

問題是二條方程不足夠解三個未知值  
( $T_1$ ,  $T_2$  和  $T_3$ )。

有同學提議對於另一點，再用 “逆時針力矩 = 順時針力矩” 的關係去求得第三式。可惜，這是行不通的！

我們不妨試試

對於 B， 逆時針力矩 = 順時針力矩，即是

$$3 \times T_3 = 1 \times T_1 + 1 \times 286$$

$$3T_3 = T_1 + 286 \text{ N} \quad \dots\dots\dots (*)$$

但 (\*)不是一條獨立方程 (independent equation) 。

其實，將 (2) 代入 (1)，消去  $T_2$  後，那就是 (\*)

(\*) 來自 (1) 和 (2)。若用 (1)、(2) 和 (\*) 去解  $T_1$ ,  $T_2$  和  $T_3$ ，會得到甚麼？

你自己試試看。

用力矩和力的平衡只得兩條獨立方程。第三式如何求得？

式(1) 和 (2) 是力學平衡要求。

我們找尋的第三式是來自金屬線因在不同位置，而對其伸長須符合某些的要求(是彈性學 elasticity 的要求)。

要寫這個要求，我們就需知道這三條金屬線的物理性質。題目有寫「三條長度、粗幼相同、相同物料製造」，這就是它們的物理性質。

假設這三條金屬線滿足 **虎克定律 (Hookes' law)**，

$$T = ke,$$

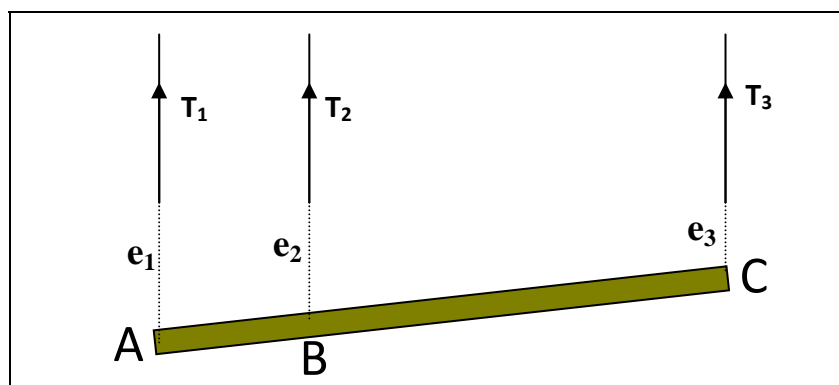
其中  $T =$  金屬線張力

$k =$  常數 (因為它們長度、粗幼、物料相同)

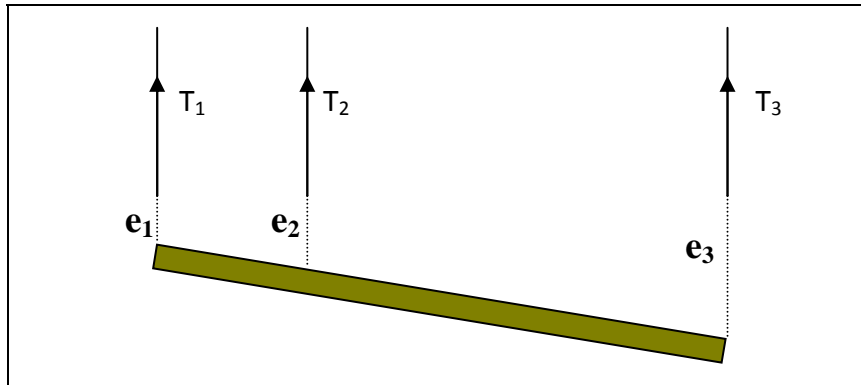
$e =$  伸長

三條金屬線吊起木棒，穩定後，它們的形狀只有兩個可能性 (下圖的傾斜是誇張的，木條看起來應大概仍是水平)：

(A)



或 (B)



無論 (A) 或 (B) ，都是

$$\frac{e_3 - e_1}{e_2 - e_1} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{1}$$

即是  $T_3 - T_1 = 4(T_2 - T_1)$

$$T_3 = 4T_2 - 3T_1 \quad \text{..... (3)}$$

這就是我們要找尋的第三式

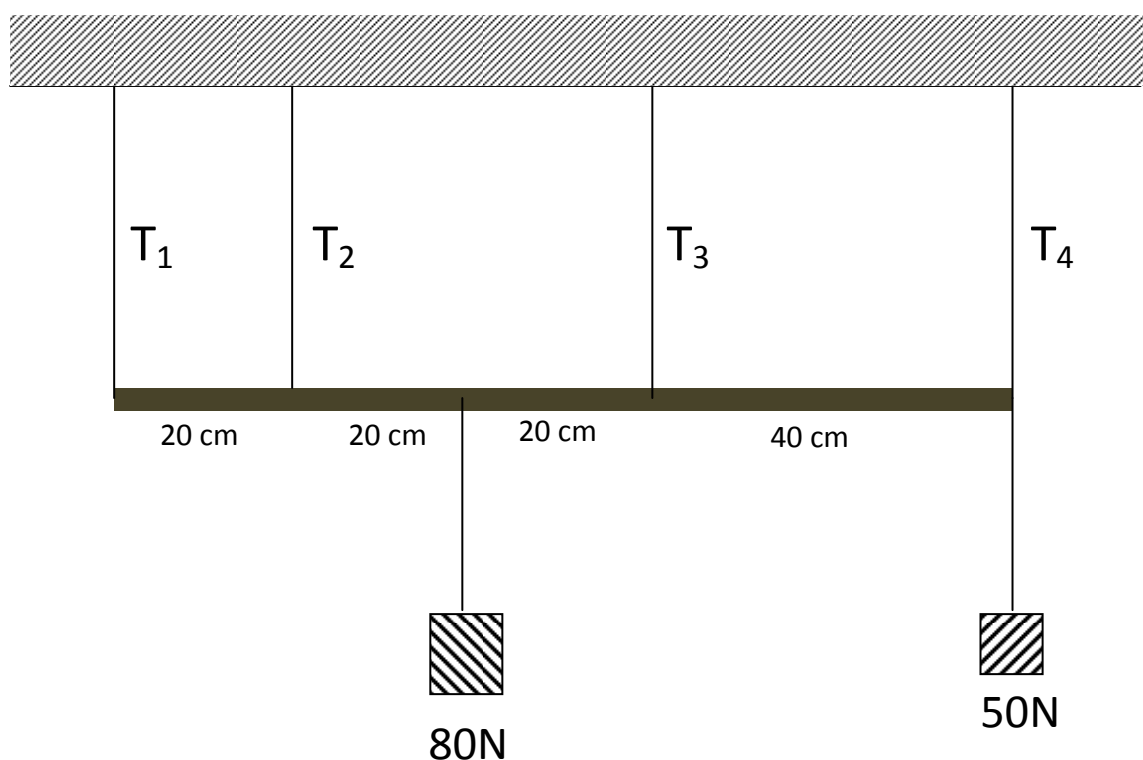
用 (1) 、(2) 和 (3) 解出

$$T_1 = 77\text{ N} , T_2 = 88\text{ N} \text{ 和 } T_3 = 121\text{ N}$$

即是說 (B) 的形狀才是正確的(因為  $T$  越大， $e$  越大)。

用四條、五條、六條線去承托物件，我們用類似的方法去解問題。

練習：



如圖所示，一根筆直水平木棒被四條長度、粗幼、物料相同的金屬線吊起。木棒的重量是 30N。求每條金屬線的張力。

答：  $T_1 = 20.9\text{ N}$ ，  $T_2 = 29.4\text{ N}$ ，  $T_3 = 46.4\text{ N}$ ，  $T_4 = 63.3\text{ N}$

討論：

1. 以上解答只適用於 (i) 金屬線完全相同、(ii) 木條筆直和原來是水平放置、(iii) 木條被吊起後沒有彎曲。

若長度不完全相同、木條不完全水平、木條有所變形等的誤差與線的伸長相若，那計算的答案會非常不準確。

2. 若金屬線的長度、粗幼、物料不相同，那就使用公式

$$F = \frac{EA}{l}e$$

其中 E：金屬線的楊氏模量 (Young's modulus)

A：線的橫截面積

$l$ ：線長度

吳老師 (Chiu-king Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

電郵：[feedbackWZ@phy.hk](mailto:feedbackWZ@phy.hk) 其中 WZ 是 23 之後的質數



Other Physics Applets