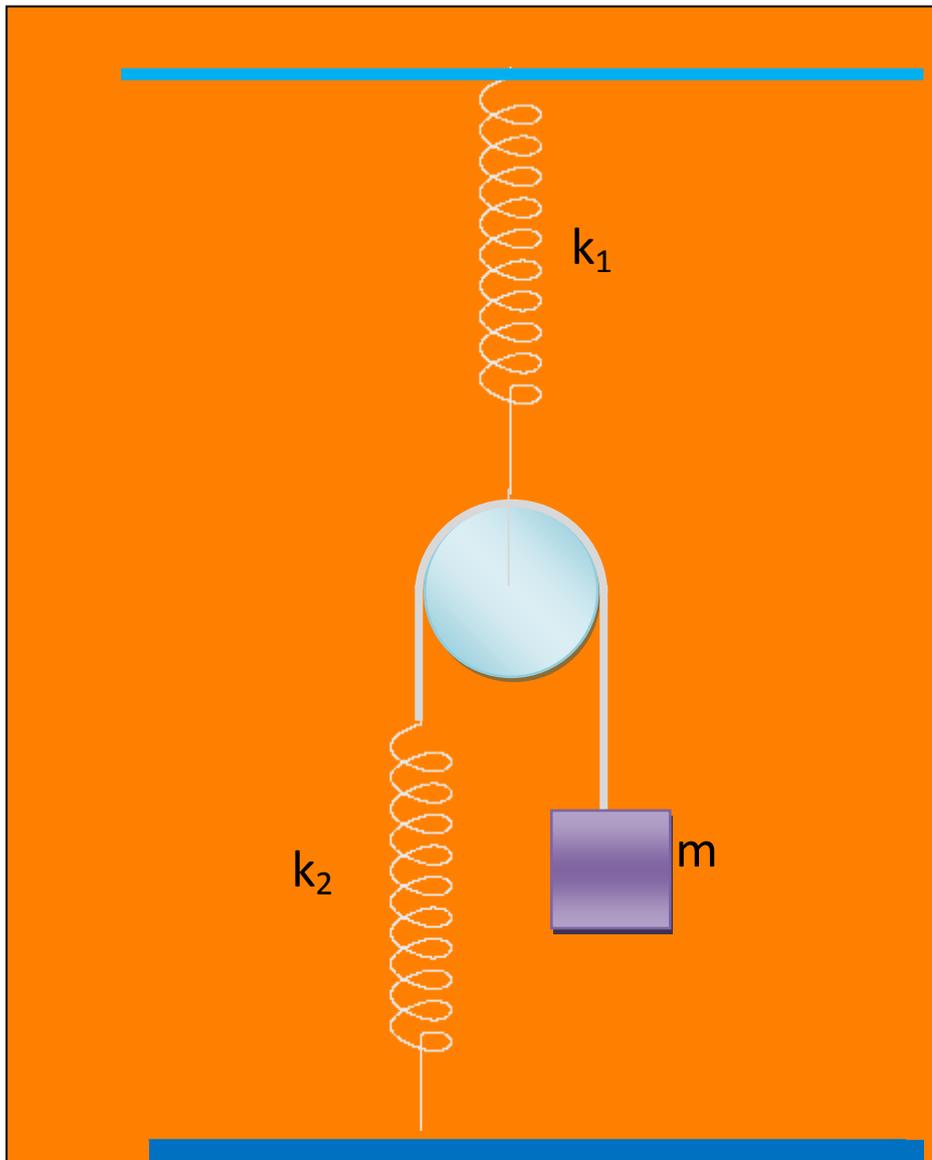


假設下圖的彈簧和滑輪沒有質量。

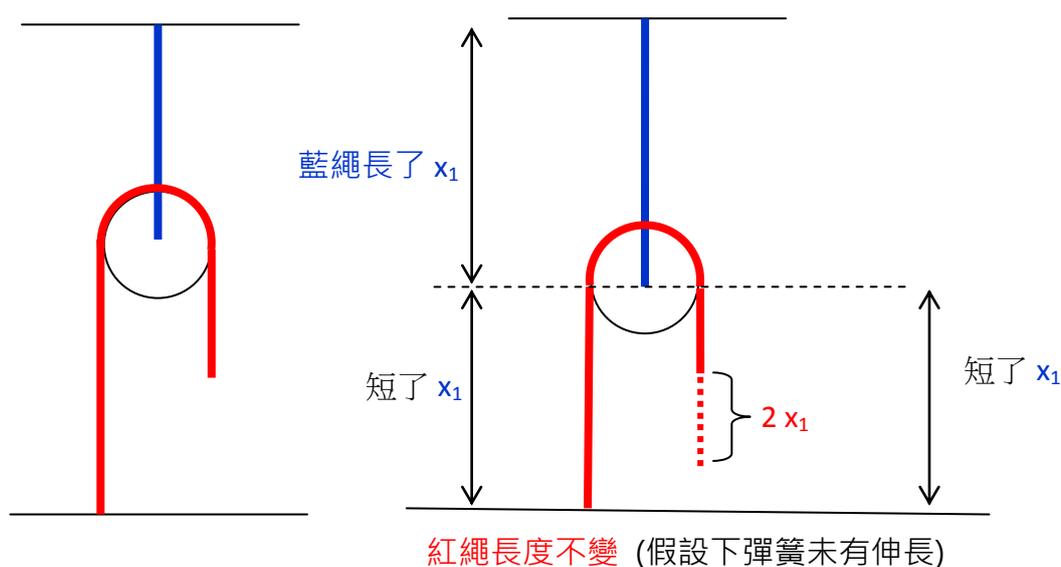
$k_1$  和  $k_2$  是彈簧的倔強常數。

求方塊  $m$  的振動週期。



把方塊從平衡位置拉下長度  $x$ ，上、下兩彈簧均被伸長。設上彈簧伸長  $x_1$ ，下彈簧伸長  $x_2$ 。 $x$ 、 $x_1$  和  $x_2$  的關係如何？

◇ 當下彈簧沒有伸長之下而只有上彈簧伸長了  $x_1$ ，方塊  $m$  下跌  $2x_1$ ，因為滑輪左、右兩邊同時縮短了  $x_1$ 。所以  $x = 2x_1$ 。



◇ 當上彈簧沒有伸長之下而只有下彈簧伸長  $x_2$ ，方塊  $m$  下跌  $x_2$ 。所以  $x = x_2$ 。

所以，當同時上彈簧伸長  $x_1$  和下彈簧伸長  $x_2$ ，

$$x = 2x_1 + x_2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

滑輪沒有質量，故它的淨力常常為零。

滑輪受的力包括

一個向上的  $k_1x_1$  和兩個向下的  $k_2x_2$ 。

$k_1x_1 = 2k_2x_2$ ，即是

$$x_1 = 2\frac{k_2}{k_1}x_2 \quad \dots\dots\dots(2)$$

代 (1) 入 (2)，得  $x = (4\frac{k_2}{k_1} + 1)x_2$  或

$$x_2 = \frac{k_2}{k_1 + 4k_2}x \quad \dots\dots\dots(3)$$

方塊  $m$  只受下彈簧的直接作用，所以它受的回復力 (restoring force) 是  $-k_2x_2 = ma$

由於 (3)，得

$$-\frac{k_1k_2}{k_1 + 4k_2}x = ma \quad \dots\dots\dots(4)$$

對  $m$  而言， $x$  是離開它平衡點的距離。

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k_1k_2}{k_1 + 4k_2}x \quad \dots\dots\dots(5)$$

這是 SHM 方程，比較 (5) 和 SHM 方程  $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2x$ ，得

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{k_1k_2}{k_1 + 4k_2}} \quad \text{和} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m(k_1 + 4k_2)}{k_1k_2}}$$

- 若  $k_1 = k_2 = k$ ，則  $T = 2\pi\sqrt{\frac{5m}{k}}$
- 若下彈簧改為一條不能伸張的繩( $k_2 = \infty$ )，則  $T = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k_1}}$
- 若上彈簧改為一條不能伸張的繩( $k_1 = \infty$ )，則  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_2}}$

吳老師 (Chiu-king Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

<http://phy.hk>

電郵：[feedbackWZ@phy.hk](mailto:feedbackWZ@phy.hk) 其中 WZ 是 23 之後的質數



Other Physics Applets