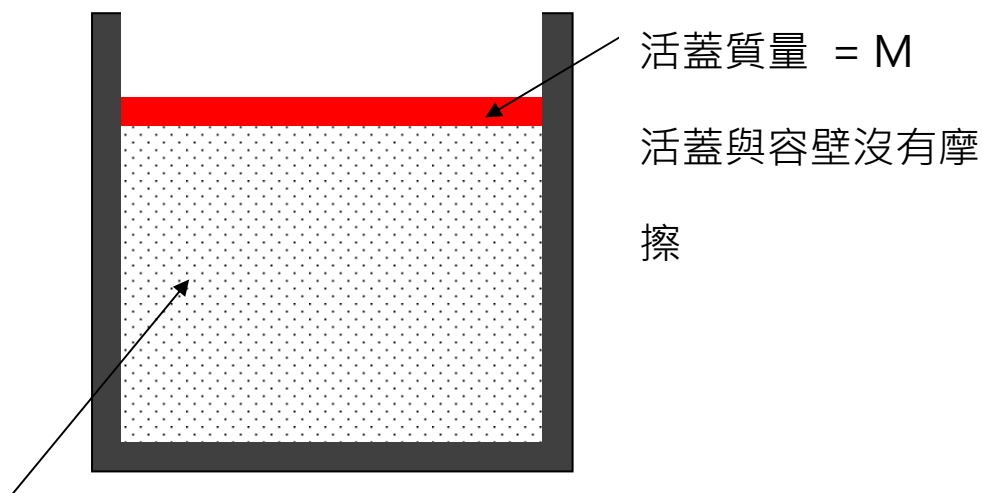


問題：

把下圖紅色的活蓋向下微推後釋放，它之後會上下振動。試分析其振動是否簡諧。



滿足玻義耳 (Boyle' s law) 定律

氣體

設 M : 活蓋質量

P_a : 大氣壓力

P_0 : 容器內氣體壓力

V : 容器內體積

A : 活蓋面積

我們取活蓋上下移動的方向為 x , 向上的方向為正, 活蓋平衡時 $x = 0$ 。

活蓋平衡時, 容器內氣體壓力 P_0 與活蓋質量 M 及 大氣壓力 P_a 可滿足

$$P_0 A = Mg + P_a A \quad \dots\dots\dots(1)$$

現把活蓋上下移動了 x , 那時容器體積變成 $V + Ax$ 。

設改變後的氣壓變成 $P_0 + \Delta P$ 。

根據玻義耳 (Boyle's law), $PV =$ 常數,

$$\begin{aligned} P_0 V &= (P_0 + \Delta P)(V + Ax) \\ &= P_0 V + (\Delta P)V + P_0 Ax + (\Delta P)(Ax) \quad \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

捨去式 (2) 中的 $(\Delta P)(Ax)$, 因為 ΔP 和 x 都是微小值, 它們相乘後會更小 (其他的項只有 ΔP 或 x)。

式 (2) 變成 $(\Delta P)V = -P_0Ax$ (3)

式 (3) 的負號是表示當 x 是正， ΔP 是負 (因為氣體膨脹)。

現在，活蓋的淨力是

$$F = (P_0 + \Delta P)A - Mg - P_a A \text{(4)}$$

∴ 式 (1) 的關係，式 (4) 可簡化為

$$\therefore F = \Delta PA$$

∴ 式 (3) 的關係，上式可簡化為

$$F = -\frac{P_0 A^2}{V} x$$

$$\therefore F = Ma$$

$$\therefore a = -\frac{P_0 A^2}{MV} x$$

此符合 SHM 公式 $a = -\omega^2 x$ ，故活蓋的運動是簡諧，且

$$\omega = \sqrt{\frac{P_0 A^2}{MV}}。$$

吳老師 (Chiu-king Ng)

<https://ngsir.netfirms.com>

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數

