方 均 根 電 壓

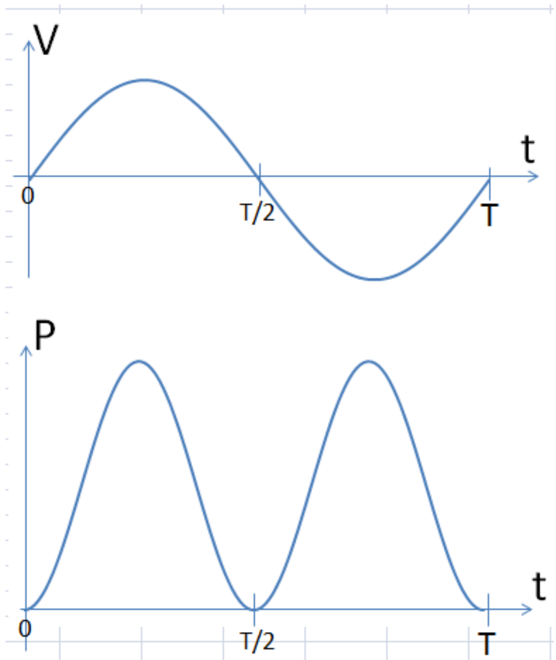
當電阻的電壓是交流電壓 V(t)，功率 V^2/R 隨時間改變。 若把每週期消耗的能量除以週期，此為之平均功率。

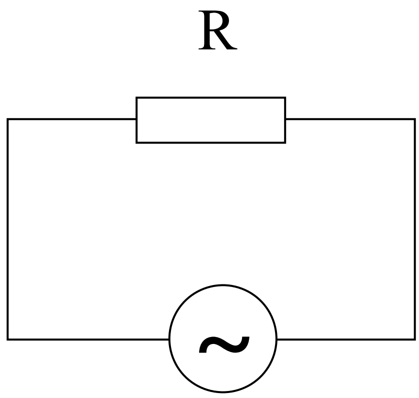
若某直流電壓施於同一電阻時的功率與交流電壓的平均功率相同，此直流等效電壓是該交流電壓的方均根 (root-mean-square) 值*。

* 較多人採用的譯名是「均方根」。

完整正弦波形:

電阻 R 的電壓： $V = V_0 \sin\omega t$





$V = V_0\, sin\, \omega t$

R 的瞬時功率，

$$P = \frac{V^2}{R} = \frac{V_o^2}{R}\sin^2\omega t$$

R 的平均功率，

$$\overline{P}=\frac{1}{T}\int_o^T Pdt=\frac{1}{T}\frac{V_o^2}{R}\int_o^T dt\sin^2\omega t=\frac{1}{2}\frac{V_o^2}{R}=\frac{(\frac{V_o}{\sqrt{2}})^2}{R}$$

穩定直流電壓 V_{dc} 的功率是 $\frac{V_{dc}^2}{R}$ ，若此功率與交流電的平均功率相同，

則

$$\frac{V_{dc}^2}{R}=\frac{(\frac{V_o}{\sqrt{2}})^2}{R}$$ ，即是 $$V_{dc}=\frac{V_o}{\sqrt{2}}$$

此 V_{dc} 稱為該交流電的方均根值 (V_{rms})。

完整正弦波形 $V_{rms}=\frac{V_o}{\sqrt{2}}$

有了 V_{rms}，計算負載電阻 R 的平均功率就方便了。

$$\overline{P}=\frac{V_{rms}^2}{R}=I_{rms}^2 R=V_{rms}I_{rms}$$

(如 d.c. 般那樣計算功率)

計算方均根值三步曲

計算 $y(t)$ 的方均根值，就是依次序進行「方」、「均」和「根」三個步驟。 Root-Mean-Square 就要先 "Square" ，然後 "Mean" ，最後是 "Root"。

1. 將含時間的 $y(t)$ 平方。
2. 將 $y^2(t)$ 取一週期的平均值。
3. 最後，取平均值的平方根。

$$y_{rms}=\sqrt{\overline{y^2}}$$

例： $y(t) = a + b\cos(\omega t)$ ，其中 a，b 和 ω 是常數。求 y_{rms}

$\boxed{\text{步驟 1: 方 "Square"}}$ $y^2(t) = a^2 + 2ab\cos(\omega t) + b^2\cos^2(\omega t)$

$\boxed{\text{步驟 2: 均 "Mean"}}$ $\overline{y^2(t)} = \overline{a^2} + \overline{2ab\cos(\omega t)} + \overline{b^2\cos^2(\omega t)}$

(i) a^2 是常數，所以 $\overline{a^2} = a^2$

(ii) $\cos(\omega t)$ 是一完整 cosine 曲線，

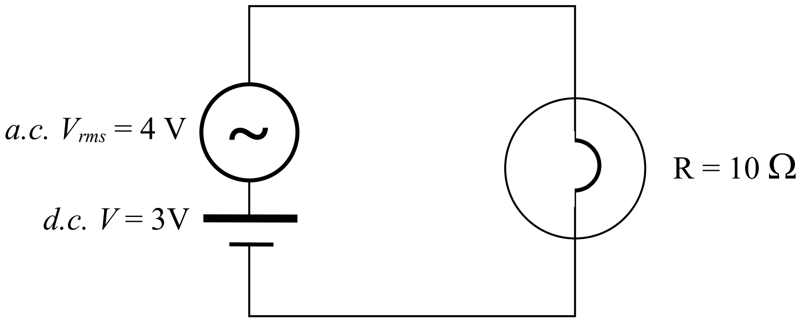
$$\overline{2ab\cos(\omega t)} = 2ab\overline{\cos(\omega t)} = 0$$

(iii) $\overline{\cos^2(\omega t)} = \frac{1}{T}\int_0^T dt\cos^2\omega t=\frac{1}{T}\int_0^T\left(\frac{1+\cos(2\omega t)}{2}\right)dt=\frac{1}{2}$

所以 $\overline{y^2(t)} = a^2 + b^2/2$

$\boxed{\text{步驟 3: 根 "Root"}}$ $y_{rms}=\sqrt{\overline{y^2}}=\sqrt{a^2+\frac{b^2}{2}}$

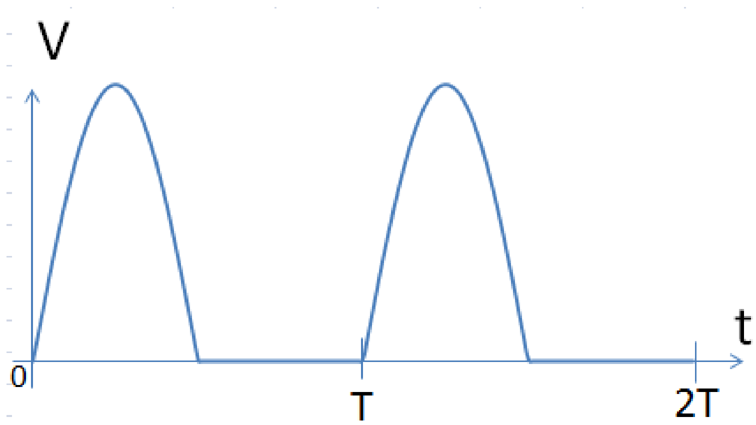
練習一：



求 R 的平均均率。

(提示：運用上例結果， $y_{rms} = \sqrt{a^2 + (\frac{b}{\sqrt{2}})^2}$)

半正弦波形:

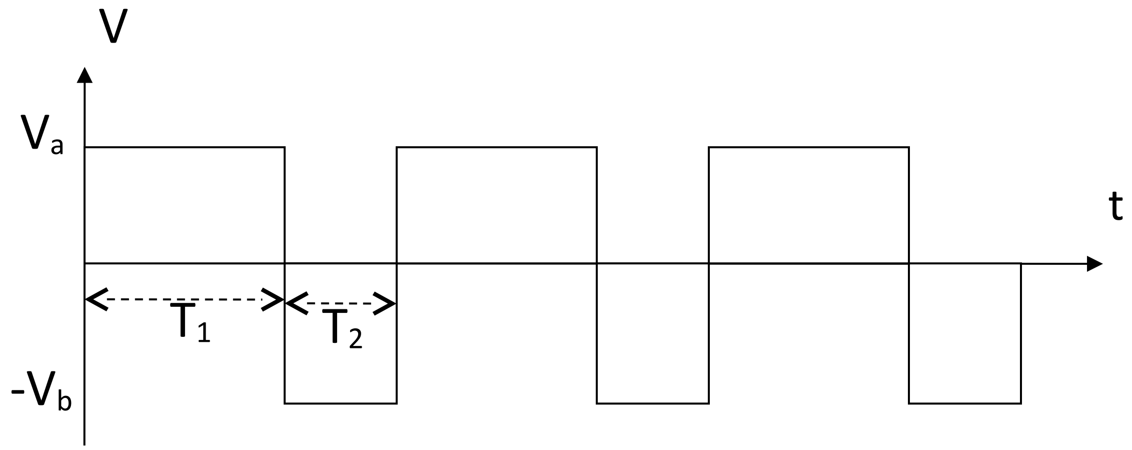


$$\overline{P} = \frac{1}{T}\int_o^T P dt = \frac{1}{T}\frac{V_o^2}{R}\int_o^{T/2} dt \sin^2\omega t = \frac{1}{4}\frac{V_o^2}{R} = \frac{(\frac{V_o}{2})^2}{R}$$

$$\boxed{V_{rms} = \frac{V_o}{2}}$$

練習二：

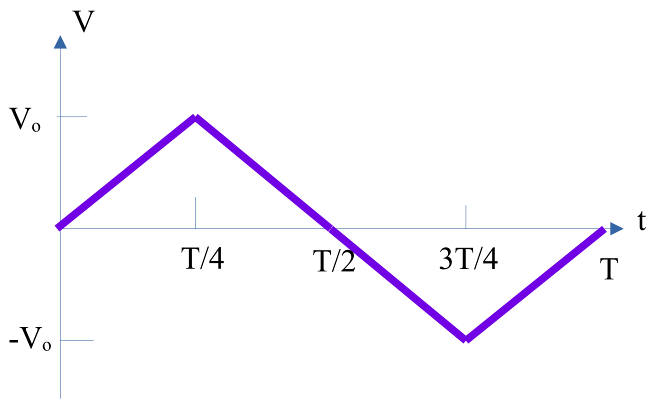
證明以下方形波 $V_{rms}=\sqrt{\dfrac{V_a^2 T_1+V_b^2 T_2}{T_1+T_2}}$



(若 $T_1 = T_2 = T/2$， $V_{rms}=\sqrt{\dfrac{V_a^2+V_b^2}{2}}$)

練習三：

證明右圖三角形波 $V_{rms}=\dfrac{V_o}{\sqrt{3}}$



Html5 電腦模擬

http://phy.hk/wiki/j/Chi/rmsV/rmsV_js_chi.html （中）

http://phy.hk/wiki/j/Eng/rmsV/rmsV_js.html （英）

作者：吳老師 (Chiu-King Ng)

https://ngsir.netfirms.com

http://phy.hk

電郵：feedbackWZ@phy.hk 其中 WZ 是 23 之後的質數